



Abb. 3. Oszillogramm. Obere Reihe: Elektronenimpulse; untere Reihe: α -Teilchenimpulse.

Zur magnetischen Widerstandsänderung in anisotropen Halbleitern

Von LUTZ ROTHKIRCH

II. Physikalisches Institut der Humboldt-Universität Berlin
(Z. Naturforsch. 14 a, 683—684 [1959]; eingegangen am 23. April 1959)

Die Abhängigkeit der magnetischen Widerstandsänderung $\Delta\rho/\rho B^2$ langgestreckter halbleitender Einkristalle von der Orientierung im Magnetfeld wird unter folgenden Voraussetzungen theoretisch untersucht:

1. Die erste BRILLOUIN-Zone sei ein hexagonales Prisma.
 2. Die Energieflächen im k -Raum seien in der Nähe der Bandkanten Rotationsellipsoide, d. h. für geeignete Koordinatensysteme gelte
- $$\varepsilon = \pm \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_1^2}{m_1} + \frac{k_2^2}{m_1} + \frac{k_3^2}{m_3} \right).$$
3. Es seien nur Übergänge innerhalb der einzelnen Ellipsoide zugelassen.
 4. Die Energie habe entweder ein Extremum im Zentrum der BRILLOUIN-Zone (Fall a) oder drei Extrema auf den Achsen A, B, C (Fall b) (s. Abb. 1).

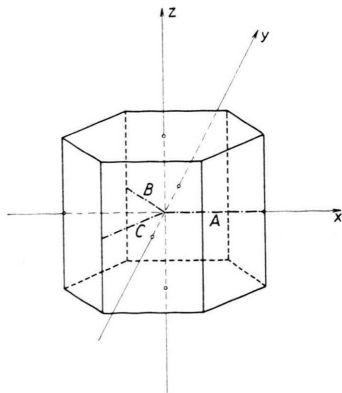


Abb. 1.

Die Punkte einer Strahlenart liegen dann — vorausgesetzt, τ_0 sei von der Energie der Strahlung unabhängig — auf einer Geraden mit dem Anstieg:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const} \cdot \tau_0.$$

Eine schwache Abhängigkeit von τ_0 von der Teilchenenergie führt dabei zu einer leichten Verbiegung der Geraden. Ein solches Oszillogramm, bei dem Impulse von γ -Strahlen und α -Teilchen aufgenommen wurden, zeigt Abb. 3. Die obere Gerade rührt von der γ -Strahlung, die untere von der α -Strahlung her. Man kann nun die Punkte der einzelnen Geraden auszählen, hat somit die Gesamtheit der Szintillationsimpulse bezüglich der verschiedenen auf den Kristall treffenden Strahlensorten aufgeteilt und kann außerdem noch nach geeigneter Energieeichung die Energie-Spektren der verschiedenen Strahlensorten aufnehmen.

5. Die Relaxationszeit sei nur eine Funktion der Energie: $\tau = l \cdot \varepsilon^{-1/2}$.

Die Tensorkomponenten der im folgenden benutzten Entwicklung

$$i_\alpha = a_{\alpha\beta} E_\beta + a_{\alpha\beta\gamma} E_\beta B_\gamma + a_{\alpha\beta\gamma\delta} E_\beta B_\gamma B_\delta + \dots, \quad (\alpha, \beta, \dots) = (1, 2, 3) \quad (1)$$

sind der Arbeit von ABELES und MEIBOOM¹ entnommen.

Fall a: Fließt der Strom parallel zur kristallographischen Hauptachse (z -Achse), so können die Komponenten E_x und E_y mit Hilfe der Bedingungen $i_x = i_y = 0$ aus den beiden ersten Gleichungen (1) ermittelt und in die dritte Gl. (1) eingesetzt werden. Es ergibt sich

$$i_z = \sigma(B_x, B_y, B_z) \cdot E_z. \quad (2)$$

Durch Einführung von Kugelkoordinaten ($B_x = B \cdot \sin \vartheta \cos \varphi$, $B_y = B \cdot \sin \vartheta \sin \varphi$, $B_z = B \cdot \cos \vartheta$) gewinnt man aus (2) für die magnetische Widerstandsänderung

$$\frac{\Delta\rho}{\rho B^2} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) v^2 K \sin^2 \vartheta \quad (3)$$

mit $v = (kT)^{-1/2} (cm_3)^{-1} el$ und $K = m_3 m_1^{-1}$.

Wenn der Strom dagegen in x -Richtung (senkrecht zur kristallographischen Hauptachse) fließt, ergibt sich

$$\frac{\Delta\rho}{\rho B^2} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) v^2 K [\sin^2 \varphi + (K - \sin^2 \varphi) \cos^2 \vartheta]. \quad (4)$$

Fall b: Hier gelten die oben benutzten Tensorkomponenten nicht mehr. Zur Ermittlung der neuen Komponenten werden drei Koordinatensysteme eingeführt, in denen die drei Ellipsoide auf den Achsen A, B, C Hauptachsendarstellung besitzen. Die Stromdichte- und Feldstärkekomponenten in den neuen Koordinatensystemen gehen aus den Komponenten im xyz -System durch orthogonale Transformationen hervor. Dann setzt sich z. B. die x -Komponente der Stromdichte additiv aus den

¹ B. ABELES u. S. MEIBOOM, Phys. Rev. 95, 31 [1954].



Beiträgen der drei Ellipsoide in x -Richtung zusammen

$$3 i_x = i_x^A + i_x^B + i_x^C.$$

Die i_x^A, \dots usw. werden durch die Stromdichtekomponenten in den „ellipsoid-eigenen“ Koordinaten ausgedrückt. Transformiert man die Feldstärkekomponenten wieder in das xyz -System, so liefert der Koeffizientenvergleich die neuen Tensorkomponenten der Entwicklung (1):

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = \frac{1}{2} u (K+1), \\ a_{33} &= u K, \\ -a_{123} &= a_{213} = \frac{1}{2} \pi^{1/2} u v K, \\ a_{132} &= a_{321} = -a_{231} = -a_{312} \\ &= \frac{1}{4} \pi^{1/2} u v K (K+1), \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho B^2} = v^2 K \cdot \left\{ \left(1 - \frac{\pi K}{(K+1)^2} \right) + \sin^2 \vartheta \left[\left(\frac{K-1}{4(K+1)} + \frac{\pi K}{(K+1)^2} - 1 \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) (K+1) \sin^2 \varphi \right] \right\}, \quad (6)$$

wenn der Strom in x -Richtung fließt. Nur in dem Fall (6) kann eine longitudinale Widerstandsänderung auftreten.

Hält man in den Gln. (3), ..., (6) ϑ bzw. φ fest und trägt $\Delta \varrho / \varrho B^2$ über φ bzw. ϑ auf, so erhält man die Kurven der Abb. 2 und 3. Die Zuordnungen sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Kurve	Gleichung	Festgehaltener Winkel
1	(3)	$\vartheta = \frac{\pi}{2}$
2	(3)	φ beliebig
3	(4)	$\vartheta = \frac{\pi}{2}$
4	(4)	$\varphi = 0$
5	(4)	$\varphi = \frac{\pi}{2}$
6	(5)	$\vartheta = \frac{\pi}{2}$
7	(5)	φ beliebig
8	(6)	$\vartheta = \frac{\pi}{2}$
9	(6)	$\varphi = 0$
10	(6)	$\varphi = \frac{\pi}{2}$

Tab. 1.

Für den Fall a ist $K=2/3$, für den Fall b $K=3$ gewählt worden, so daß die Quotienten der spezifischen Widerstände senkrecht und parallel zur kristallographischen Hauptachse in beiden Fällen den Wert 1,5 haben.

Die Kurvensysteme in den Abb. 2 und 3 (Fall a und Fall b) sind in willkürlichen Maßstäben dargestellt.

Herrn Dr. E. NIEKISCH und Herrn Dipl.-Phys. J. AUTH danke ich für die Anregung der Arbeit und für viele wertvolle Hinweise.

$$\begin{aligned} a_{1111} &= a_{2222} = -\frac{1}{8} u v^2 K (K-1)^2, \\ a_{1122} &= a_{2211} = -\frac{1}{8} u v^2 K (3+2K+3K^2), \\ a_{1133} &= a_{2233} = -\frac{1}{2} u v^2 K (K+1), \\ a_{3322} &= a_{3311} = -\frac{1}{2} u v^2 K^2 (K+1), \\ a_{1212} &= a_{2121} = \frac{1}{4} u v^2 K (K+1)^2, \\ a_{1313} &= a_{3131} = a_{2323} = a_{3232} = u v^2 K^2 \end{aligned}$$

mit $u = 2^2 \cdot 3^{-1} \pi^{-1/2} e^2 (k T)^{-1/2} l m_3^{-1} n$.

Damit wird

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho B^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) v^2 K (K+1) \sin^2 \vartheta, \quad (5)$$

wenn der Strom in z -Richtung, und

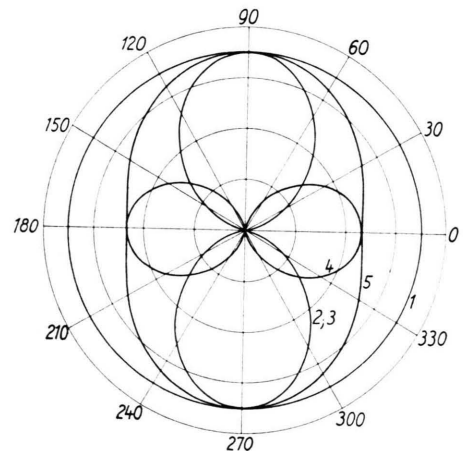


Abb. 2.

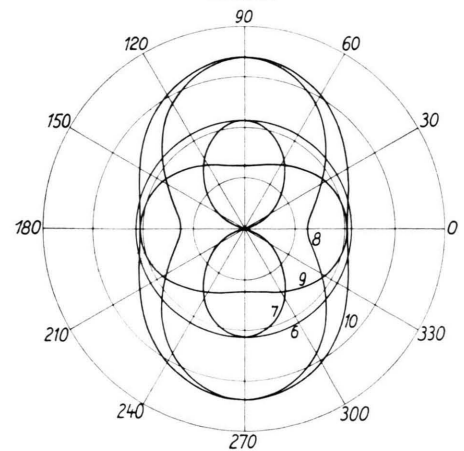


Abb. 3.